

超弦理論から得られるインフレーション宇宙論の現状

N. Ohta (Osaka U.)

内容

1. 始めに — インフレーションモデルと禁止定理
2. ブレインを使ったインフレーション
3. タキオン凝縮モデル
4. フラックスコンパクト化とその変形
5. Sブレイン
6. M理論における高次補正
7. 結論と展望

1 始めに — いろいろなインフレーションモデルと禁止定理

● インフレーションはなぜ必要なのか？

- **ホライズン問題**: 現在の観測によると宇宙は一様等方であるが、初期宇宙にさかのぼってみると因果的に関係していた領域を超えて一様であることになる。
- **平坦性問題**: 現在の宇宙は非常に平坦であり、偶然とは考えにくい。

これらの問題は、我々の宇宙が初期の段階でインフレーション的膨張をしていたとすれば説明がつく。インフレーションモデルでは、宇宙の**密度ゆらぎがスケール不変である**ことになり、これは観測と一致する。さらに最近のWMAPにより、密度ゆらぎを含めてインフレーションが宇宙初期にあったことはほぼ間違いないことが分かった。

それだけではなく現在の宇宙も加速膨張していることがわかった! (late-time acceleration)

したがって重力の正しい理論は宇宙初期のインフレーションだけでなく、現在の加速膨張を説明できなければならない。

● 最初の模型:

- **正の宇宙定数** (A. Guth, K. Sato, 1981)

FRW時空のスケール因子が指数的に膨張する解を与える。

- **R^2 などの高次補正項** (A.A. Starobinsky, 1980)

高次補正項も同様な膨張を与える。

このような宇宙初期の問題は、素粒子の理論を用いて説明すべき。

単に宇宙項を入れるのではなく、スカラー場を入れて、そのポテンシャルが宇宙初期では偽の真空にあって真空のエネルギーを生じて膨張を引き起こし、それが真の真空に転がり落ちることによりインフレーションが終わるとする。

Slow-roll condition

$$\epsilon \equiv \frac{M_P^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1, \quad \eta \equiv \frac{M_P^2}{8\pi} \frac{V''}{V} \ll 1$$

現在考えられている模型

- **new inflation:**

ヒッグス場のポテンシャルを図1のように原点付近が非常に平らなものを考える。真空は1次相転移を起こすが、発生した泡の内部に大きな真空エネルギーが存在するので泡の内部がインフレーションを起こし、我々の宇宙になる。初期条件に微調整が必要。

- **chaotic inflation:**

図2のような簡単だが非常に平坦なポテンシャルで、場が大きな値の所から slow-rollする。場の値が大きさえすればよく、初期条件に微調整がいらない。

- **hybrid inflation:**

2つのスカラー場があり、inflatonがslow-rollしながらインフレーションを起こすが、最後に別の場がタキオンになりインフレーションが終わる。タキオンは振動して再加熱を起こす。(図3、超対称な理論では作りやすい)

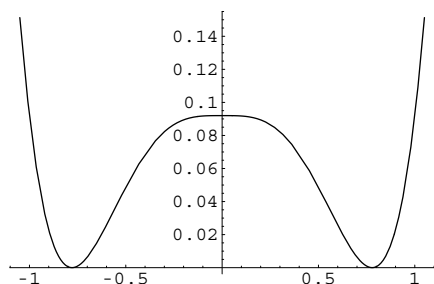


Figure 1: new inflation

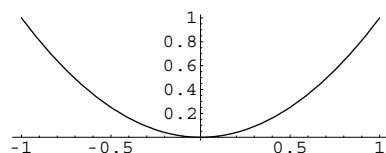


Figure 2: chaotic inflation

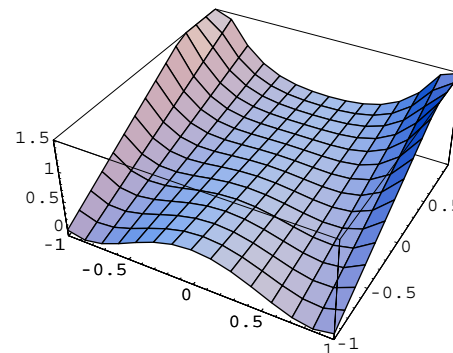


Figure 3: hybrid inflation

スカラー場のポテンシャルを適当に決めるのではなく、基本的理論の予言としたい。超弦理論が重力の量子論を与えるならば、それがインフレーションを出さなければならぬ。ところが、**禁止定理**が成り立つ。

アインシュタイン方程式から

$$\text{Raychaudhuri eq.: } \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P),$$

$$\text{Friedmann eq.: } \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho,$$

ここで ρ はエネルギー密度、 P は圧力。インフレーションが起こるためには $\ddot{a} > 0$ 、すなわち $\rho + 3P$ が負でなければならない ($w \equiv \frac{P}{\rho} < -\frac{1}{3}$)。これは重力が斥力という

ことであり得なさそうに思えるが、特別な場合には起きる。有名な例は宇宙項

$$\rho = \Lambda, \quad P = -\Lambda,$$

以下では、禁止定理が成り立つ条件についてさらに詳しい解析をする。

1.1 仮定

$D(> 2)$ 次元重力が d 次元にコンパクト化するとする。 D 次元の添字を M, N, L, \dots とし、 d 次元の添字を μ, ν, ρ, \dots で表し、残りを m, n, l, \dots とする。

以下の議論では次のことを仮定する。

1. 重力相互作用は高階微分項を含まない。
2. ポテンシャルは正定値ではない。
3. 理論の質量0の場はすべて正の運動項をもっている。
4. d 次元のNewton定数は有限である。

1.2 証明

計量として

$$ds^2 = \Omega^2(y)(dx_d^2 + \hat{g}_{mn}dy^m dy^n),$$

をとる。ただし $dx_d^2 = \xi_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ は Minkowski または de Sitter 空間とする。Einstein 方程式から

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} &= R_{\mu\nu}(\xi) - \xi_{\mu\nu} (\hat{\nabla}^2 \log \Omega + (D-2)(\hat{\nabla} \log \Omega)^2) \\ &= T_{\mu\nu} - \frac{1}{D-2} \Omega^2 \xi_{\mu\nu} T^L{}_L, \end{aligned}$$

ここでハットは \hat{g}_{mn} で縮約することを意味する。 ξ と縮約すれば、式は

$$\hat{\nabla}^2 \log \Omega + (D-2)(\hat{\nabla} \log \Omega)^2 = \frac{1}{d} \left[R(\xi) + \Omega^2 \left(-T^\mu{}_\mu + \frac{d}{D-2} T^L{}_L \right) \right],$$

を与える。ここで

$$\tilde{T} \equiv -T^\mu{}_\mu + \frac{d}{D-2} T^L{}_L \geq 0$$

であることが示せる。これと d 次元空間が負でないスカラー曲率をもつ Minkowski または de Sitter 空間であることから

$$\Omega^{D-2} \hat{\nabla}^2 \Omega^{D-2} \geq 0.$$

となる。等式は Minkowski 空間のときだけ成り立つ。内部空間で積分すれば

$$\int d^{D-d} y \sqrt{-\hat{g}} (\hat{\nabla} \Omega^{D-2})^2 \leq 0,$$

- ⇒ これは Ω が定数のときだけ成り立ち、そのとき等号が成立する。
- ⇒ 上式が0になり、de Sitter空間は許されない。
- ⇒ **インフレーション的振る舞いは得られない。**

1.3 禁止定理の避け方

禁止定理を避ける可能性

- 何か**余分の自由度**、Dブレーンなどを持ち込んでやる。⇒ Dvali-Tye, KKLT, KKLMNT (負のエネルギー密度、量子効果による補正も必要)
- 時間によらないとしている**内部空間の大きさを時間による**とする。⇒ Sブレーン
- M理論や超弦理論には**高次補正項**があることがわかっているので、その効果を取り入れる。⇒ Maeda-Ohta
- **負の運動項を持つスカラー場**を考える。⇒ Phantom cosmology
- 内部空間が**境界のないコンパクトでなめらかな空間である**という仮定をはずす。
- **その他のアプローチ**
 - 80年代、超重力や超弦理論に触発されて高次元Kaluza-Klein宇宙論を用いてインフレーションを説明する試みが多くなされた。
 - 例：Gauss-Bonnet項

- **巻き付きモード** (Brandenberger-Vafa): (インフレーションではないが)

Tデュアリティ: $R \rightarrow \frac{1}{R}$ のために最小の長さがあり、特異点がなくなる。また巻き付きモードがあるために、4次元だけが大きくなることが説明できる。

- **Pre-big bang** (Gasperini and Veneziano):

Tデュアリティから場の方程式には時間反転に関する対称性がある。そのため宇宙はbig bangの前にも存在していて、宇宙論的問題が解決する。(特異点が宇宙発展に影響しないか不明、微調整の問題、密度ゆらぎが観測と合わない。)

変形版: **cyclic universe** (Steinhardt-Turok) 2つのブレーンが、広がっていない方向にぶつかり通り抜け、ふたたび戻ってきて通過しを繰り返す。

- **Mirage cosmology** (Binetruy et al.):

我々は5次元bulkの中の4次元ブレーンに住んでいて、5次元時空は静的だがブレーンが動くために宇宙が膨張しているように思える。

WMAPの結果が出ている現在、この問題を超弦理論の枠組みで考えることは重要。

問題: 宇宙の加速膨張やインフレーションを出せるのか?

2 ブレインを使ったインフレーション

- **Dvali and Tye** (1999):

2つのブレーンがあって超対称性が破れている場合に、その間の距離をinflaton と

して用いる。slow-rollポテンシャルになっていてインフレーションが出せる。

$$V \sim \text{const} + \frac{a}{r^{N-2}}, \quad N \text{ は transverse 空間の次元}$$

問題点 : 1 . 具体的な系を考えていないのでポテンシャルをきちんと計算できない。
2 . ブレインがぶつかった後はどうなるか？

● Burgess et al., Dvali, Tye, ... (2001):

ブレイン反ブレイン系を考える。ポテンシャルは基本的に同じだが、ちゃんと計算でき、係数が決まる。これをトーラスにコンパクト化するとslow-rollインフレーションが可能。またある程度ブレインが近づくと、タキオンが生じてインフレーションが終わる (hybrid inflation)。⇒ **タキオン凝縮の問題点**

時空の次元 : 一般に不安定な D9, D7, ... をいろいろ考えるとそれらは対消滅する確率が高いが、D3は対消滅しにくいので、4次元が説明できるかも (Brandenberger-Vafa)

問題点 : 1. 他の moduli やディラトンは固定されていると仮定している。
2. ブレインは平行であると仮定している。
3. 再加熱はどうやって起きるかの問題。

変形版 :

● 角度を持って交差する D ブレインを使う (Garcia-Bellido et al.)。

最終状態が違う可能性 : 交差するブレインだとカイラルフェルミオンが出る可能性 (次のも同様)。

- orientifoldを使う (Burgess et al.)。
- D3-D7の間の距離を使う (Herdeiro, Hirano, Kallosh)。

最終状態は超対称 D3-D7 束縛状態

他の moduli やディラトンは固定されていると仮定している問題は残る。

3 タキオン凝縮模型

不安定 D ブレイン系にあるタキオンが凝縮した後に pressureless の cold dark matter ができる (Sen, hep-th/0203265, 0203211)。

インフレーション宇宙論への応用 (Gobbons, hep-th/0204008, Padmanabhan, Mukohyama, ...)。

考える系

- D- \bar{D} 系
- 不安定 non-BPS ブレイン

有効作用

$$S = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \left[-\sqrt{-g}R + V(T) \sqrt{-\det(g_{\mu\nu} + \partial_\mu T \partial_\nu T)} + \Lambda \sqrt{-g} \right],$$

$$V(T) = \frac{V_0}{\cosh(T/2)}, \quad V_0 \sim g^{-1}$$

運動方程式:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{8\pi G}{3} \left[\Lambda + \frac{V(T)}{\sqrt{1-\dot{T}^2}} - \frac{3}{2} \frac{\dot{T}^2 V(T)}{\sqrt{1-\dot{T}^2}} \right]$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = -\frac{k}{a^2} + \frac{8\pi G}{3} \left[\frac{V(T)}{\sqrt{1-\dot{T}^2}} + \Lambda \right]$$

$$\ddot{T} = -(1-\dot{T}^2) \left[\frac{V'(T)}{V(T)} + 3\dot{T} \frac{\dot{a}}{a} \right]$$

初期条件 (解は時間反転不変): $\dot{a} = 0, \dot{T} = 0, T = T_0$ at $x^0 = 0$

T_0 が小さい (T が初期では小さい) $\Rightarrow a \sim \cosh(H_0 x^0), \left(H_0 \equiv \left[\frac{8\pi G}{3} (V(T_0) + \Lambda) \right]^{-1/2} \right)$

$T_0 \neq 0$ のときタキオンは変化する。

T_0 がある程度より大きい \Rightarrow 膨張が止まり収縮して big crunch

T_0 がある程度より小さい \Rightarrow 指数膨張が続き、 a が大きくなる結果ずっと膨張

問題点

- slow-rollではないので、宇宙初期のインフレーション模型にはならない
- インフレーションを起こすためには、string couplingが大きいことが必要で、metricに大きな揺らぎを生じる
- タキオンは転がるだけで振動しないので、再加熱が起きない

Good review: F. Quevedo, CQG 19 (2002) 5721, hep-th/0210292.

4 フラックスコンパクト化

4.1 KKLT 模型

S. Kachru et al, PRD 68 (2003) 046005, hep-th/0301240

- **Gidding-Kachru-Polchinski:**

禁止定理より、ワープ型コンパクト化は負のエネルギー密度がなければ不可能
IIB CY の orientifold コンパクト化 (F/CY_4) を考える。そこにフラックスを入れると全体の体積 $\rho = i\sigma$ 以外の moduli は固定できる (D7 ブレインを入れることに相当。コンパクトな空間では orientifold が必要)。 $\Rightarrow \rho$ については no scale 模型

- **KKLT:**

これを宇宙論に持ち込んで使う。 ρ 以外の moduli は固定されていると仮定。

1. ユークリッド D3 ブレインからの superpotential への補正
2. D7 ブレイン上のゲージ理論のゲージノ凝縮による superpotential への補正

$$\text{superpotential : } W_{\text{gauge}} = Ae^{2\pi i\rho/N_c}$$

しかしこれだけでは超対称性が破れず、AdS 真空になる (図4) ので、位置の固定された反 D3 を 4次元時空に入れて超対称性を破る。破れはワープ因子のため微小。

$$\delta V = \frac{D}{\sigma^3} \Rightarrow D \text{ の係数を微調整して正の小さな宇宙定数になるようにする。}$$

D は反 D3 ブレインの数で調整できる。こうして de Sitter 真空が実現する (図5) が、それは metastable。しかし寿命は十分長い (eternal inflation)。

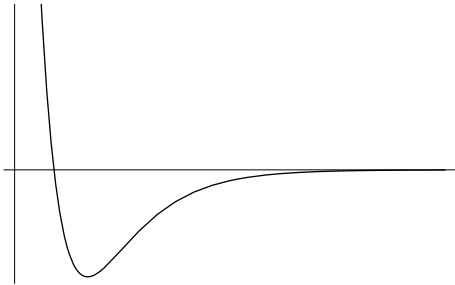


Figure 4: ゲージノ凝縮を入れたポテンシャルの様子

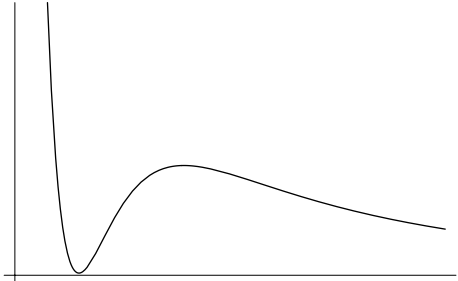


Figure 5: 反 D3 ブレインをいれたポテンシャル

これで現在の加速膨張を説明する。 eternal acceleration

4.2 KKLMMT

S. Kachru et al, JCAP 0310 (2003) 013, hep-th/0308055

Dvali-Tyeのブレイン反ブレインのアイデアは、実はあまりうまくいかない。⇒ KKLTの設定に入れる。⇒ eternal de Sitterからinflationへ

D3- $\bar{D}3$ ではポテンシャルは

$$V(r) = 2T_3 \left(1 - \frac{1}{2\pi^3} \frac{T_3}{M_P^8 r^4} \right)$$

slow-rollは出せない。これをワープ型空間に入れる。

AdSの実質的端 r_0 に反ブレイン、別の所(r_1)に動くD3を入れたときのポテンシャルは

$$V(r) = 2T_3 \frac{r_0^4}{R^4} \left(1 - \frac{1}{N} \frac{r_0^4}{r_1^4} \right), \quad \frac{r_0^4}{R^4} \ll 1 \text{ (redshift)}$$

$\phi = \sqrt{T_3} r_1$ が inflaton として働き、inflaton に依存する第2項は小さな因子がかかっているため、slow-roll インフレーションはうまくいく。D3 は反 D3 のところに落ち込んでインフレーションは終わる。密度ゆらぎも出る。

問題点: D3 のような正のエネルギーを持つ配位を考えると、コンパクト多様体が大きいとそのエネルギーは0になるから

$$V(r, \phi) = \frac{X(\rho)}{r^\alpha} = \frac{X(\rho)}{(\rho - \phi\bar{\phi}/2)^\alpha}$$

(インフレーションのエネルギーはブレーンの張力かフラックスから出ており、これはすべて r のべきで小さくなる。) KKLT によって ρ は安定化しているとすると、このため inflaton に大きな質量が出て、slow-roll インフレーションが破れる。これを避けるにはスーパーポテンシャルに ϕ 依存性を持たせて打ち消せばよい。

数%の微調整の問題

予言: spectral index n は1からかなりずれ、 $dn/d \ln k < 0$

● 変形版: Racetrack インフレーション

Blanco-Pillado et al., JHEP 0411 (2004) 063, hep-th/0406230

標準模型が乗っているブレーンを特異点のところにあるとする。

動く D3 は入れない。凝縮するゲージノのゲージ群を直積 $SU(N) \times SU(M)$ とする。

スーパーポテンシャル: $W = W_0 + Ae^{-a\sigma} + Be^{-b\sigma}$

$\pm\sigma$ のところに縮退した最小値 \Rightarrow **トポロジカルインフレーション** : 異なる最小値のドメイン宇宙があると、それらの間ではインフラトンが必ず正のエネルギーを持ってインフレーションを起こす。

予言はKKLMMTより robust: spectral index $n \sim 0.95$

再加熱の問題 : hybrid inflation に似ている。インフレーションはタキオンによって終わるが、振動がなく閉弦に崩壊して見えなくなる。

KK graviton に崩壊するなら、標準模型の存在する場所で崩壊して再加熱が起こるかもしれない。

KKLMMTよりさらに細かい微調整 1/1000が必要。

5 S ブレイン

真空解 (Townsend-Wohlfarth, Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 061302)

S ブレインの特別な場合 (フラックスが0) (Ohta, Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 061303)

SM2 ブレイン (M理論のS2ブレイン、3次元空間次元を持つ)

$$ds_d^2 = [\cosh 3c(t - t_2)]^{2/(k-1)} \left[- e^{2kg(t)-6c'/(k-1)} dt^2 + e^{2g(t)-6c'/(k-1)} d\Sigma_{k,\sigma}^2 + [\cosh 3c(t - t_2)]^{-2(k+2)/3(k-1)} e^{2c'} d\mathbf{x}^2 \right].$$

$d = 4 + k$, **場は時間 t のみの関数**, $d\Sigma_{k,\sigma}^2$ は k 次元球 ($\sigma = +1$)、平面 ($\sigma = 0$) または双

曲空間 ($\sigma = -1$)。これを4次元計量が Einstein フレームになるように書く。

$$ds^2 = \delta^{-k}(t)ds_E^2 + \delta^2(t)d\Sigma_{k,\sigma}^2, \quad ds_E^2 = -a^6(t)dt^2 + a^2(t)d\mathbf{x}^2,$$

$$\Rightarrow \delta(t) = [\cosh 3c(t - t_2)]^{1/(k-1)} e^{g(t)-3c'/(k-1)},$$
$$a(t) = [\cosh 3c(t - t_2)]^{(k+2)/6(k-1)} e^{kg(t)/2-(k+2)c'/2(k-1)}.$$

時間: $d\eta = a^3(t)dt$

$\frac{da}{d\eta} > 0 \Rightarrow$ 4次元宇宙は膨張

$$\Rightarrow n(t) \equiv \frac{3}{4} \tanh[3c(t - t_2)] - \frac{\sqrt{21}}{4} \coth(3\sqrt{3/7}ct) > 0,$$

$\frac{d^2a}{d\eta^2} > 0 \Rightarrow$ 加速膨張

$$\Rightarrow \frac{9}{8} \left(\frac{1}{\cosh^2[3c(t - t_2)]} + \frac{1}{\sinh^2(3\sqrt{3/7}ct)} \right) - n^2(t) > 0.$$

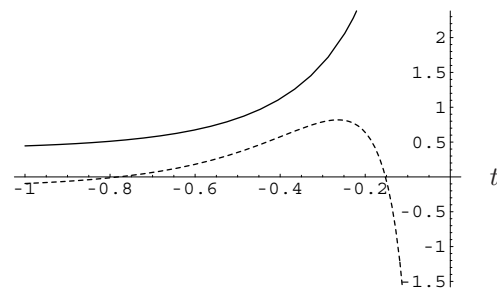


Figure 6: $\sigma = -1, k = 7$ の場合の条件の左辺

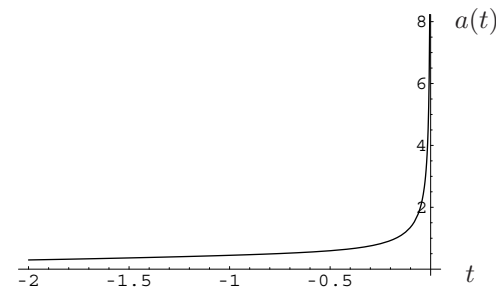


Figure 7: スケール因子 $a(t)$.

条件が満たされる時間がある !! (平坦、急の場合も可能)

問題: 得られる e-folding はたかだか 2-3!!

基本的な機構

4次元宇宙と k 次元空間の直積を考える。内部空間の大きさを表すスカラー場を

$$ds^2 = e^{-2\sum_i m_i \phi_i / (d-1)} ds_{d+1}^2 + \sum_{i=1}^3 e^{2\phi_i(x)} d\Sigma_{m_i, \epsilon_i}^2,$$

とすれば、4次元の有効ポテンシャル

$$V = \sum_{i=1}^3 (-\epsilon_i) \frac{m_i(m_i - 1)}{2} e^{-\frac{2}{d-1} \left((m_i+d-1)\phi_i + \sum_{j \neq i}^{1 \leq j \leq 3} m_j \phi_j \right)} - \epsilon_0 \frac{(d-1)^2}{2a^2}.$$

が得られる。

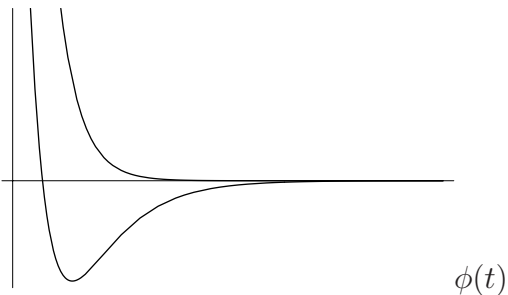


Figure 8: スカラー場のポテンシャル

スカラー場は右から入ってきてポテンシャルを上りまた引き返す。ポテンシャルの山にいる間にインフレーションが起こる。コンパクト空間の場合 ($\epsilon_i > 0$) フラックスがなければポテンシャルは底なしなので、加速膨張解は真空解としては双曲空間の場合だけ、S ブレインではいつでも得られる。

我々の宇宙にも双曲空間を使えば、いつまでも加速膨張する解 (eternal inflation) がある。

(Chen-Ho-Neupane-Ohta-Wang, JHEP 0310(2003) 058, hep-th/0306291.)

これは $m \geq 7 \Rightarrow$ M理論の時だけ可能! 現在の加速膨張に使えるのではないか。

6 M理論における高次補正

S ブレイン ... 宇宙初期のインフレーションには使えない。

1. 十分なインフレーションを与えない
2. 内部空間が大きくなっていく

⇒ 実はM理論の有効理論には高次補正がある。宇宙初期ではこれは重要。

以前から解析されていたが (Starobinsky, Maeda, ...)、M理論で生じるようなものではなかった。

$$S = S_{\text{EH}} + S_4,$$

ただし

$$S_{\text{EH}} = \frac{1}{2\kappa_{11}^2} \int d^{11}x \sqrt{-g} R, \quad S_4 = \frac{1}{2\kappa_{11}^2} \int d^{11}x \sqrt{-g} [\gamma \tilde{J}_0 + 2\beta \tilde{E}_8].$$

$$\tilde{E}_8 = -\frac{1}{2^4 \times 3!} \epsilon^{\alpha\beta\gamma\mu_1\nu_1\dots\mu_4\nu_4} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\rho_1\sigma_1\dots\rho_4\sigma_4} R^{\rho_1\sigma_1}_{\mu_1\nu_1} \dots R^{\rho_4\sigma_4}_{\mu_4\nu_4},$$

$$\tilde{J}_0 = R^{\lambda\mu\nu\kappa} R_{\alpha\mu\nu\beta} R_{\lambda}^{\rho\sigma\alpha} R^{\beta}_{\rho\sigma\kappa} + \frac{1}{2} R^{\lambda\kappa\mu\nu} R_{\alpha\beta\mu\nu} R_{\lambda}^{\rho\sigma\alpha} R^{\beta}_{\rho\sigma\kappa}.$$

M理論では $\beta = -\frac{\kappa_{11}^2 T_2}{3^2 \times 2^{10} \times (2\pi)^4}$, $\gamma = -\frac{\kappa_{11}^2 T_2}{3 \times 2^4 \times (2\pi)^4}$, $T_2 = (2\pi^2 / \kappa_{11}^2)^{1/3}$ はメンブレインの張力。

6.1 一般化された de Sitter 解

(K. Maeda and N. Ohta, PLB 597 (2004) 400, hep-th/0405205, hep-th/0411093 (to be published in PRD) and paper in preparation)

計量

$$ds_D^2 = -e^{2u_0(t)} dt^2 + e^{2u_1(t)} ds_3^2 + e^{2u_2(t)} ds_q^2, \quad D = 4 + q.$$

$$u_0 = \epsilon t, \quad u_1 = \mu t + \ln a_0, \quad u_2 = \nu t + \ln b_0,$$

de Sitter 時空的解

$$u_0 = 0, \quad u_1 = \mu t, \quad u_2 = \nu t, \quad \mu \text{ と } \nu \text{ は定数.}$$

⇒ 3 個の基本方程式、うち 2 つが独立。

M 理論の場合 ($\tilde{\gamma} = -1, \tilde{\beta} = \tilde{\beta}_S = -1/(3 \times 2^6) \approx -0.0052083$) 3 つの解

$$\begin{aligned} N_2(\tilde{\mu}_2, \tilde{\nu}_2) &= (0.45413, 0.45413), \\ N_3(\tilde{\mu}_3, \tilde{\nu}_3) &= (0.79802, 0.10781), \\ N_4(\tilde{\mu}_4, \tilde{\nu}_4) &= (0.50754, 0.43025). \end{aligned}$$

安定性
線形摂動

$$\frac{du_1}{d\tilde{t}} = \tilde{\mu}_i + A_i e^{\sigma\tilde{t}}, \quad \frac{du_2}{d\tilde{t}} = \tilde{\nu}_i + B_i e^{\sigma\tilde{t}}; \quad |A_i|, |B_i| \ll 1$$

Table 1: $\tilde{\gamma} = -1$ の場合の線形摂動。 $\tilde{\beta} = \tilde{\beta}_S$ と面白い場合。

| $\tilde{\beta}$ | 解 | $\tilde{\mu}_i$ | $\tilde{\nu}_i$ | 5つの固有値 ($\sigma_a^{(i)}, a = 1, 2, \dots, 5$) |
|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|---|
| -0.0052083 | N ₂ | 0.45413 | 0.45413 | (-4.5893, -4.5413, -3.6670, -0.87426, 0.048032) |
| | N ₃ | 0.79802 | 0.10781 | (-4.1012, -3.1488, -2.3823, -0.76653, 0.95268) |
| | N ₄ | 0.50754 | 0.43025 | (-4.5344, -4.4768, -3.6344, -0.89998, -0.057629) |
| -0.2025 | N ₁ | 0.28195 | -0.39104 | (-10.2506, 0.9457 ± 1.8339i, 1.8914, 12.1421) |
| | N ₂ | 0.25005 | 0.25005 | (-5.0572, -2.5005, -1.2502 ± 5.7723i, 2.5567) |
| | N ₃ | 0.71567 | 0.12395 | (-3.0268, -3.0147, -1.5073 ± 3.0912i, 0.01217) |
| | N ₄ | 0.70803 | 0.12661 | (-3.01038, -2.9986, -1.5052 ± 3.2449i, -0.011765) |

⇒ 5つのモード $\sigma = \sigma_a^{(i)}, a = 1, 2, \dots, 5$

面白い解 : $N_3(\tilde{\mu}_3, \tilde{\nu}_3) = (0.79802, 0.10781) \beta = \beta_S$.

我々の宇宙のスケール因子: $e^{0.79802\tilde{t}}$.

インフレーションがうまくいくには、少なくとも60 e-foldingが必要。

$$\Rightarrow 0.79802\tilde{t}_{\text{end}} \approx 60.$$

N_3 は不安定モードを1つ持っているのでインフレーションは自然に終わる。

インフレーション後 内部空間の大きさは

$$e^{0.10781\tilde{t}_{\text{end}}} \approx 4000 \times 11\text{D Planck length}(m_{11}^{-1}).$$

内部空間の大きさはインフレーション後変化しないとすると、現在の大きさは

$$R_0 \sim 4000m_{11}^{-1}.$$

これは大きい。 ⇒ 大きな余剰次元。

4D プランク質量

$$m_4^2 \sim R_0^7 m_{11}^9 \sim 1.6 \times 10^{25} m_{11}^2 \Rightarrow m_{11} \sim 2.5 \times 10^{-13} m_4 \sim 600 \text{ TeV}.$$

現在の余剰次元の大きさは $4000 m_{11}^{-1} \sim 7 \text{ TeV}^{-1} \dots$ 次世代加速器で検出可能？

逆に インフレーションによる e-fold を $N \Rightarrow$ 3次元は因子 $e^N = e^{\tilde{\mu} t_{\text{end}}}$ だけ膨張。
内部空間は $e^{\tilde{\nu} t_{\text{end}}}$ だけ大きくなるので

$$\therefore m_{11} \sim e^{-\frac{7\nu}{2\mu} N} m_4.$$

実験 $\Rightarrow m_{11} \gtrsim 1 \text{ TeV} \Rightarrow N \lesssim 10\mu/\nu.$

TeV 重力 $\mu \gtrsim 6\nu (> 0) \Rightarrow$ **e-fold は自然に 60 程度になる。** ($\gamma < 0$ の場合、 N_3 gives $5.72 < \mu/\nu < 10.22$ ($57 \lesssim N \lesssim 102$)).

しかし N_3 は固有値 $\sigma_5^{(3)}$ が他の安定モードと同じくらいの大さの不安定性モードを持っている \Rightarrow 十分大きな膨張が得られない。

不安定モードの固有値がもっと小さければ、インフレーションは十分膨張が起こった後に終わるので都合がよい。

可能か? \Rightarrow 作用には不定性: Ricci 曲率項は決まらない \Rightarrow effective に $\tilde{\beta}$ をかえることで取り入れるとする。

$\tilde{\beta} = -0.2025$ が面白い解 N_3 を与える: 4 つの安定モードと 1 つの小さな $\sigma_5^{(3)} = 0.01217$ 不安定モード。

解は最初これに近づきインフレーションを起こす。不安定モードのためにインフレーションは時間 $\tilde{t}_{us} \approx (\sigma_5^{(3)})^{-1} \sim 82$, で終わり、十分な膨張を与える ($N \approx \tilde{\mu}_3 \tilde{t}_{us} \sim 58.8$)。

$$m_{11} \sim 3.3 \times 10^{-16} m_4 \sim 0.8 \text{ TeV} \dots \text{ TeV 重力.}$$

6.2 その他の解

$$u_0 = \epsilon t, \quad u_1 = \mu t + \ln a_0, \quad u_2 = \nu t + \ln b_0,$$

$$\epsilon = 0 \dots \text{generalized de Sitter,}$$

$$\epsilon = 1 \dots \text{power-law}$$

いろいろ面白い解がある。とくに内部空間のサイズが変化しない解。

Table 2: M理論の厳密解: K, S_±, S₀ M はそれぞれ a kinetic dominance, a static space with positive (or negative) curvature, a flat static space, a Milne type space を表す。

| | ϵ | σ_p | σ_q | μ | ν | a_0 | b_0 | λ | ϕ_1 | type |
|------------------|------------|------------|------------|---------|---------|-------|-------|---------------|----------|------------------|
| ME1 _± | 0 | 0 | 0 | ±0.7968 | ±0.1079 | - | - | 3.1099 | ±0.03083 | K K |
| ME2 _± | 0 | 0 | 0 | ±0.5557 | ±0.3425 | - | - | 1.4636 | ±0.09786 | K K |
| ME3 _± | 0 | 0 | 0 | ±0.4073 | ±0.4073 | - | - | 1.2857 | ±0.1164 | K K |
| ME4 _± | 0 | 0 | 1 | ±0.6562 | 0 | - | 1.866 | $e^{\mu t_E}$ | 0 | K S ₊ |
| ME5 _± | 0 | 0 | -1 | ±0.6194 | 0 | - | 1.271 | $e^{\mu t_E}$ | 0 | K S ₋ |
| ME6 _± | 0 | 0 | -1 | ±0.6026 | 0 | - | 3.367 | $e^{\mu t_E}$ | 0 | K S ₋ |
| ME7 _± | 0 | 1 | 0 | 0 | ±0.4902 | 1.259 | - | 1 | ±0.1401 | S ₊ K |
| ME8 | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | - | 1 | 0.7778 | 0.7778 | S ₀ M |
| ME9 | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | 1 | - | 1 | 0 | M S ₀ |

詳しい解の解析についての報告は現在準備中 (K. Akune, K. Maeda and N.O.)

7 結論と展望

超弦理論からインフレーションが得られないという禁止定理は克服できる。

いろいろなモデルが可能。一般には微調整の問題がある。

量子補正を考えているので、ポテンシャルの形は決まっているが、係数についてはパラメーターをあわせる点が不満足。

KKLT

- 小さな宇宙項がある。現在の宇宙の加速膨張を説明する。 eternal acceleration になっている。
- パラメーターの微調節が必要。

KKLMMT

- 動く D3 ブレインを考え、宇宙初期のインフレーションを説明する。
- やはりパラメーターの微調節が必要。

S ブレイン

- 加速膨張解を与える。現在の宇宙膨張と関係づけられるかも知れない。
- e-fold は小さい。

初期宇宙では高次項が重要で、一般化された de Sitter 解が得られる。

- 十分な e-fold が得られる。

- 内部空間は一般に大きい。
- 内部空間を安定化する機構が必要。

展望:

現実的なモデルを得るにはまだいろいろ考えるべき問題がある。

- パラメーターの微調整の問題
- 密度ゆらぎ

しかしKKLTは、宇宙論の問題を自然に説明するためのインフレーションを出すために、とても複雑な設定をしていないか？

⇒ **String Landscape, anthropic principle** ?

最も重要な問題点は、いずれのモデルでも4次元だけが大きくなる理由がない。

⇒ **Brandenberger-Vafa** ?